Gleichungen

Lineare Gleichungen

Exkurs: Binomische Formeln

Quadratische Gleichungen

Exkurs: Polynomdivision

Polynomgleichungen

Lineare Gleichungen

Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

Konstanten:

$a, b \in \mathbb{R}$

Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

Konstanten:

$a, b \in \mathbb{R}$

$a \neq 0$

Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

Konstanten:

$a, b \in \mathbb{R}$

$a \neq 0$

beliebig, aber fest gewählt

Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

Konstanten:

$a, b \in \mathbb{R}$

$a \neq 0$

beliebig, aber fest gewählt

Variable:

x

Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

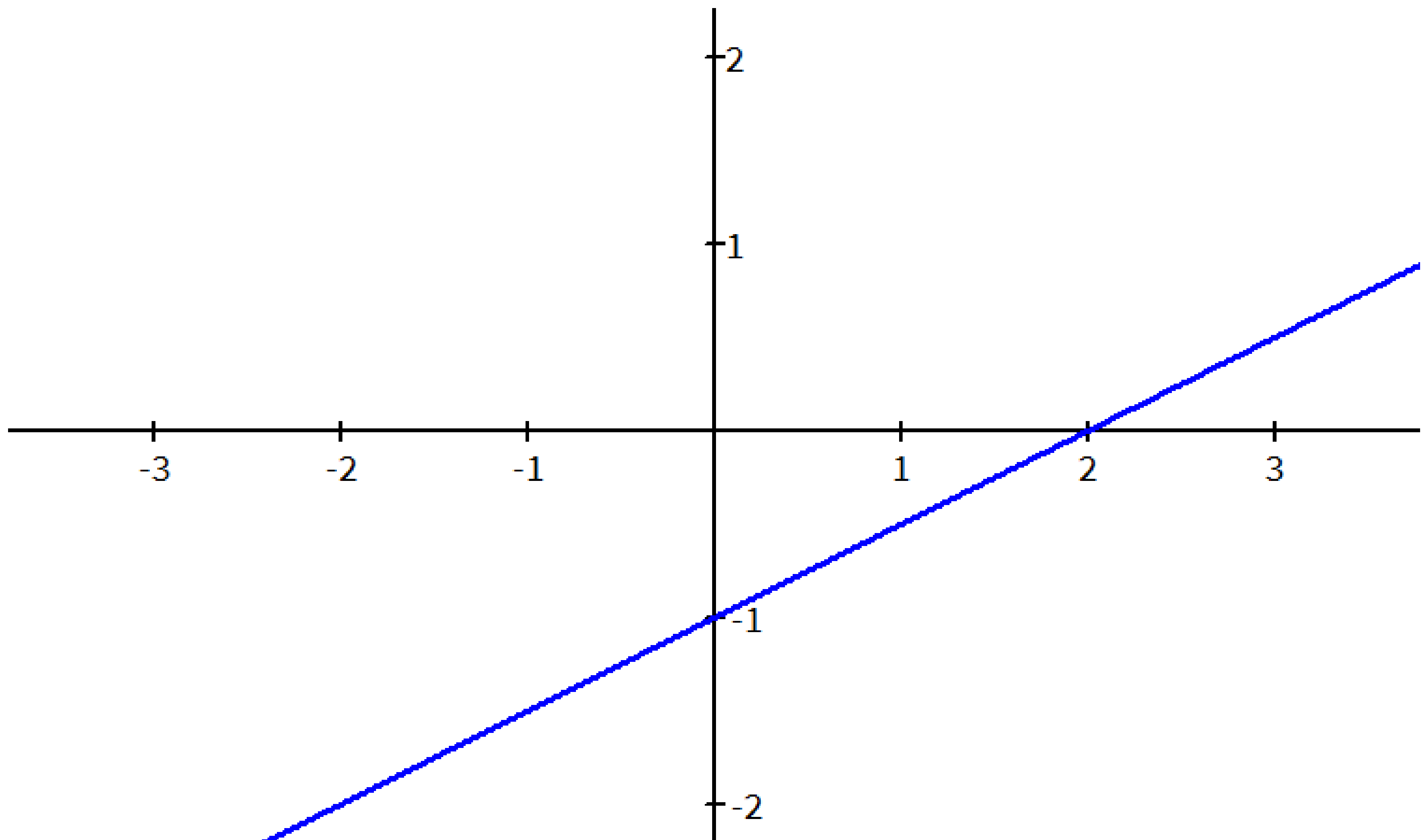
Konstanten:	Variable:
$a, b \in \mathbb{R}$	x
$a \neq 0$	
beliebig, aber fest gewählt	unbekannt / gesucht

Lineare Gleichungen

$$\left(\tfrac{1}{2}\right)x + (-1) = 0$$

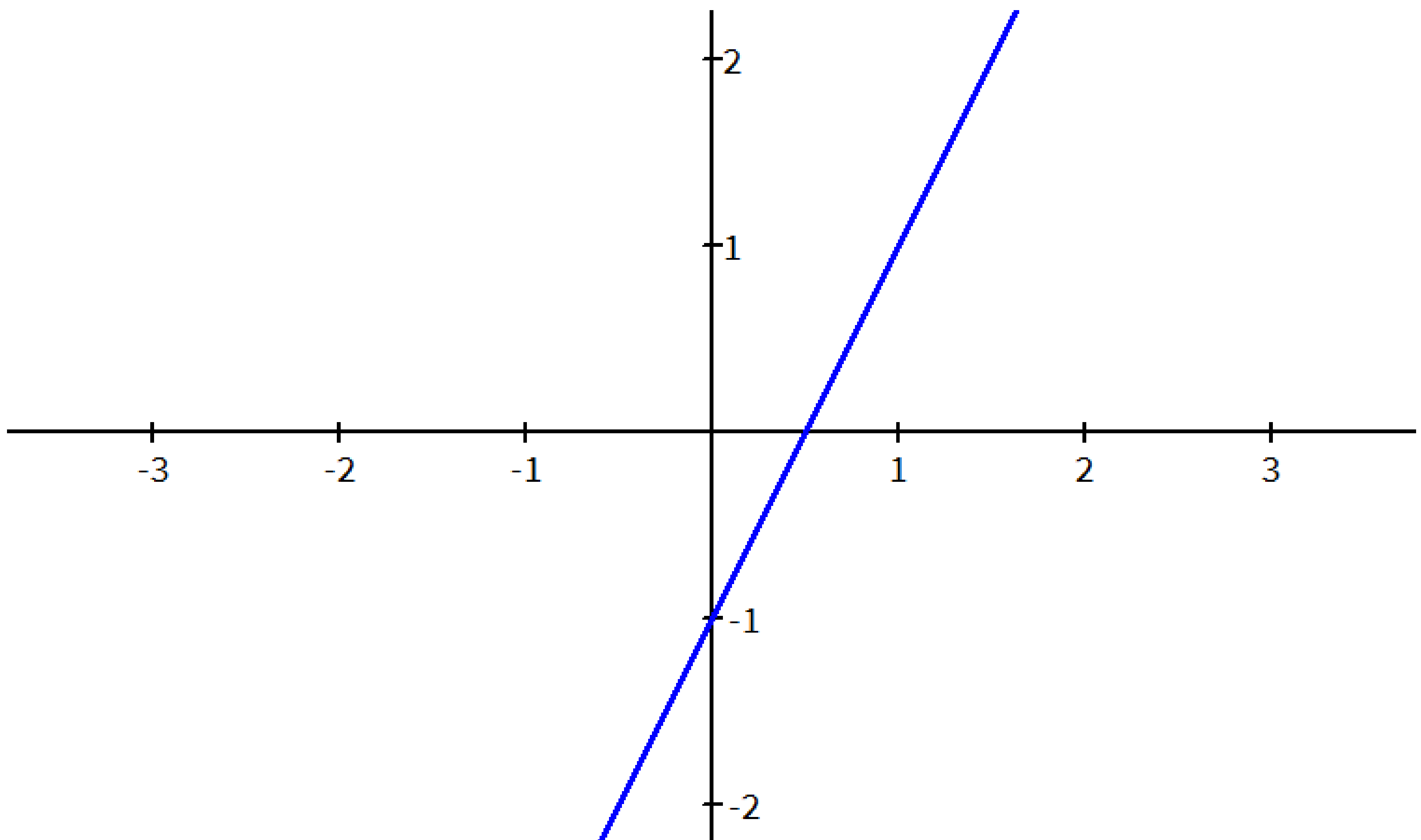
Lineare Gleichungen

$$\left(\tfrac{1}{2}\right)x + (-1) = 0$$



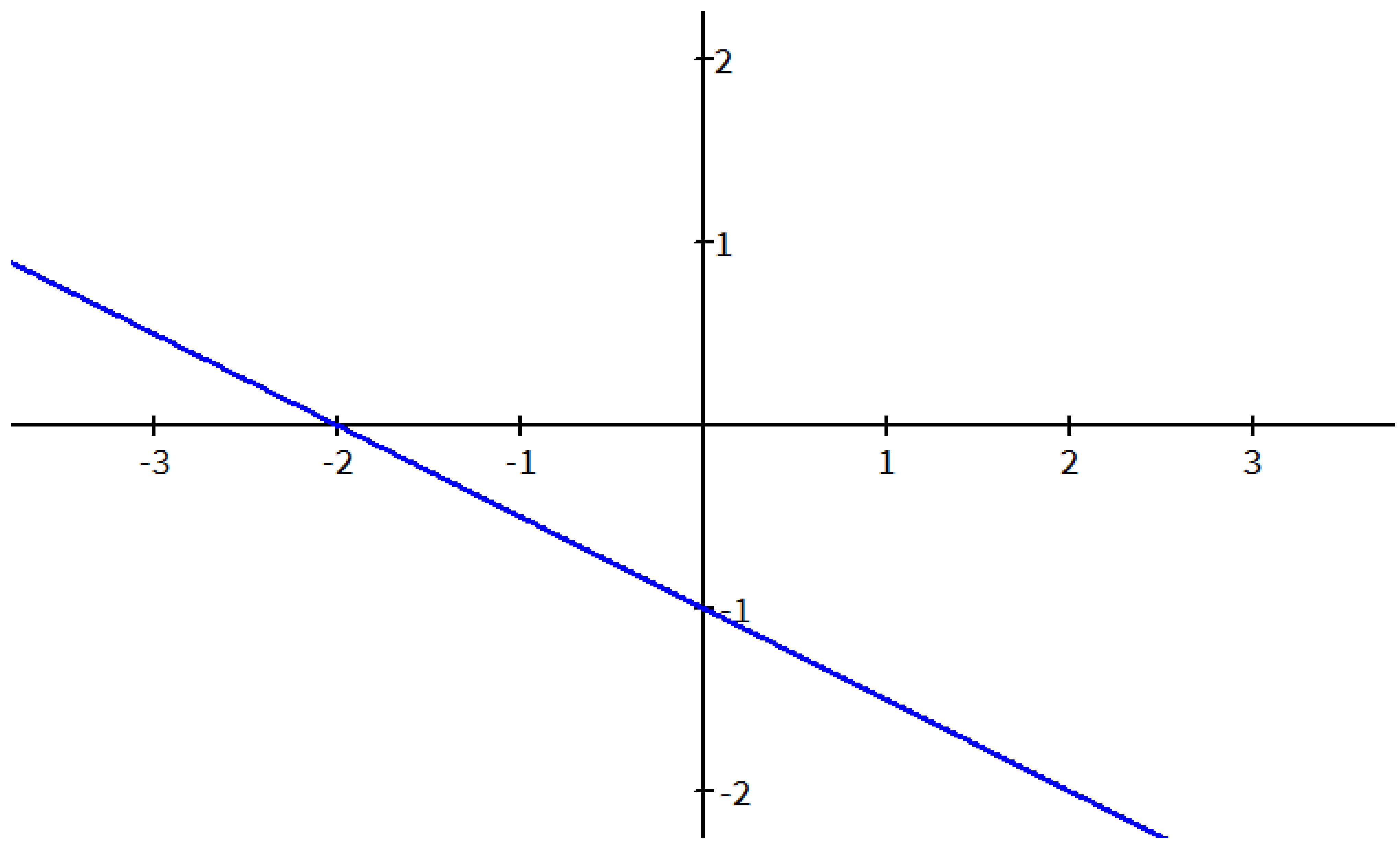
Lineare Gleichungen

$$(\ 2 \ )x + (-1) = 0$$



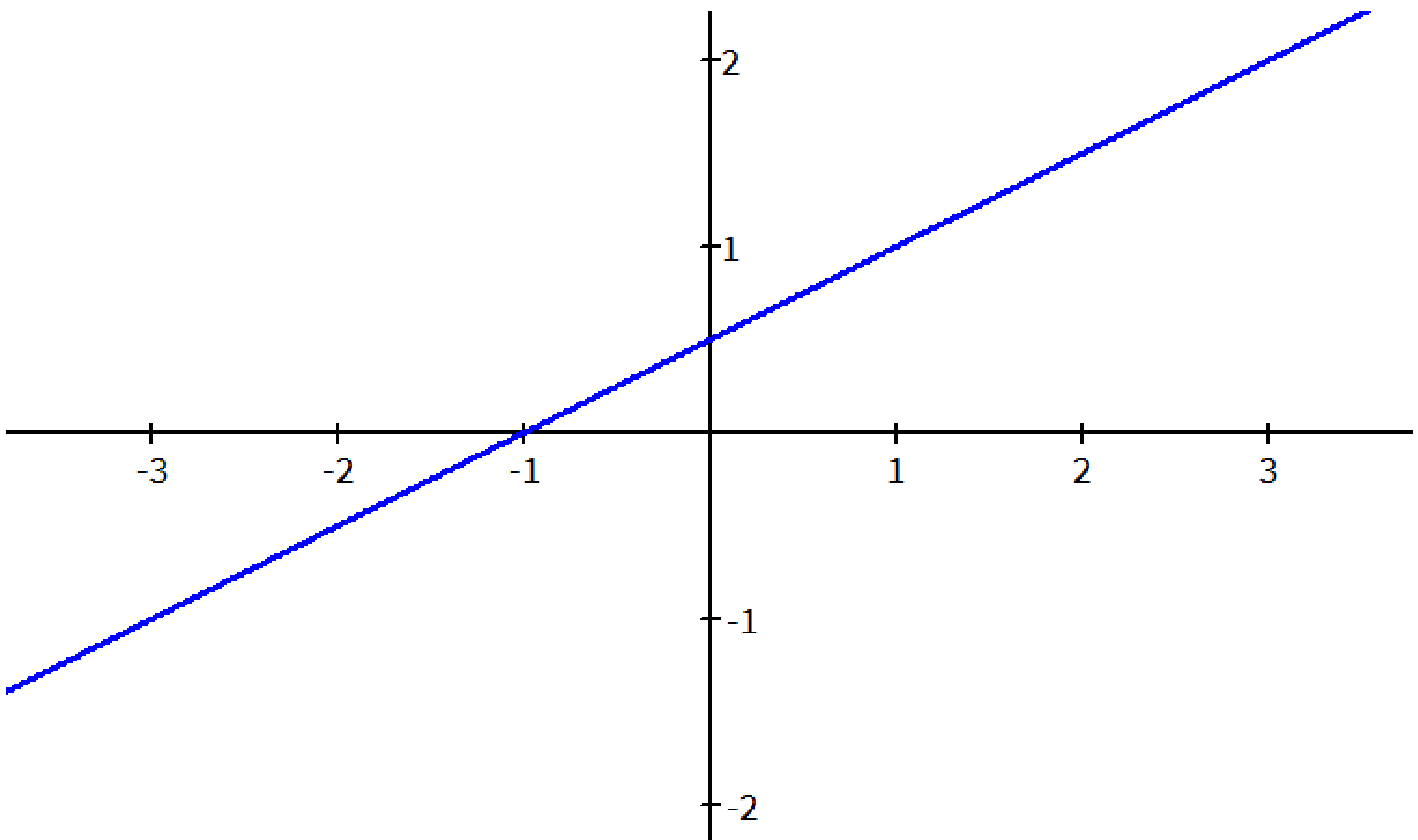
Lineare Gleichungen

$$\left(-\tfrac{1}{2}\right)x + (-1) = 0$$



Lineare Gleichungen

$$\left(\tfrac{1}{2}\right)x + \left(\tfrac{1}{2}\right) = 0$$



Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

L:= Lösungsmenge. Die Menge aller Werte, die x annehmen kann, um die Gleichung zu erfüllen.

Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

Lineare Gleichungen haben genau eine Nullstelle.

$$|L| = 1$$

Lineare Gleichungen

$\frac{1}{2} x - 1 = 0$

Lineare Gleichungen

$\frac{1}{2} x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} x = 1$

Lineare Gleichungen

$$\tfrac{1}{2}x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2}x = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 2$$

Lineare Gleichungen

$$\tfrac{1}{2}x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2}x = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 2$$

$$x_1 := 2$$

Lineare Gleichungen

$$\tfrac{1}{2}x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2}x = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 2$$

$$x_1 := 2$$

$$x - x_1 = 0$$

Lineare Gleichungen

$$\tfrac{1}{2} x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2} x = 1$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 2$$

$$ax + b = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad ax = -b$$
$$\Leftrightarrow \quad x = -b/a$$

$$x_1 := 2$$
$$x - x_1 = 0$$

Lineare Gleichungen

$$\tfrac{1}{2}x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \tfrac{1}{2}x = 1$$
$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$x_1 := 2$$
$$x - x_1 = 0$$

$$ax + b = 0$$
$$\Leftrightarrow ax = -b$$
$$\Leftrightarrow x = -b/a$$

$$x_1 := -b/a$$

Lineare Gleichungen

$$\tfrac{1}{2} x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2} x = 1$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 2$$

$$x_1 := 2$$
$$x - x_1 = 0$$

$$ax + b = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad ax = -b$$
$$\Leftrightarrow \quad x = -b/a$$

$$x_1 := -b/a$$
$$x - x_1 = 0$$

Lineare Gleichungen

$$ax + b = 0$$

Lineare Gleichungen haben genau eine Nullstelle:

$$L = \{-b/a\}$$

Exkurs: Binomische Formeln

Exkurs: Binomische Formeln

<u>1. Binomische Formel:</u>

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exkurs: Binomische Formeln

<u>1. Binomische Formel:</u>

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

<u>2. Binomische Formel:</u>

$$(a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exkurs: Binomische Formeln

<u>1. Binomische Formel:</u>

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

<u>2. Binomische Formel:</u>

$$(a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

<u>3. Binomische Formel:</u>

$$(a + b) \ast (a - b) = a^2 - b^2$$

Quadratische Gleichungen

Quadratische Gleichungen

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Quadratische Gleichungen

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a, b, c \in \mathbb{R}$$

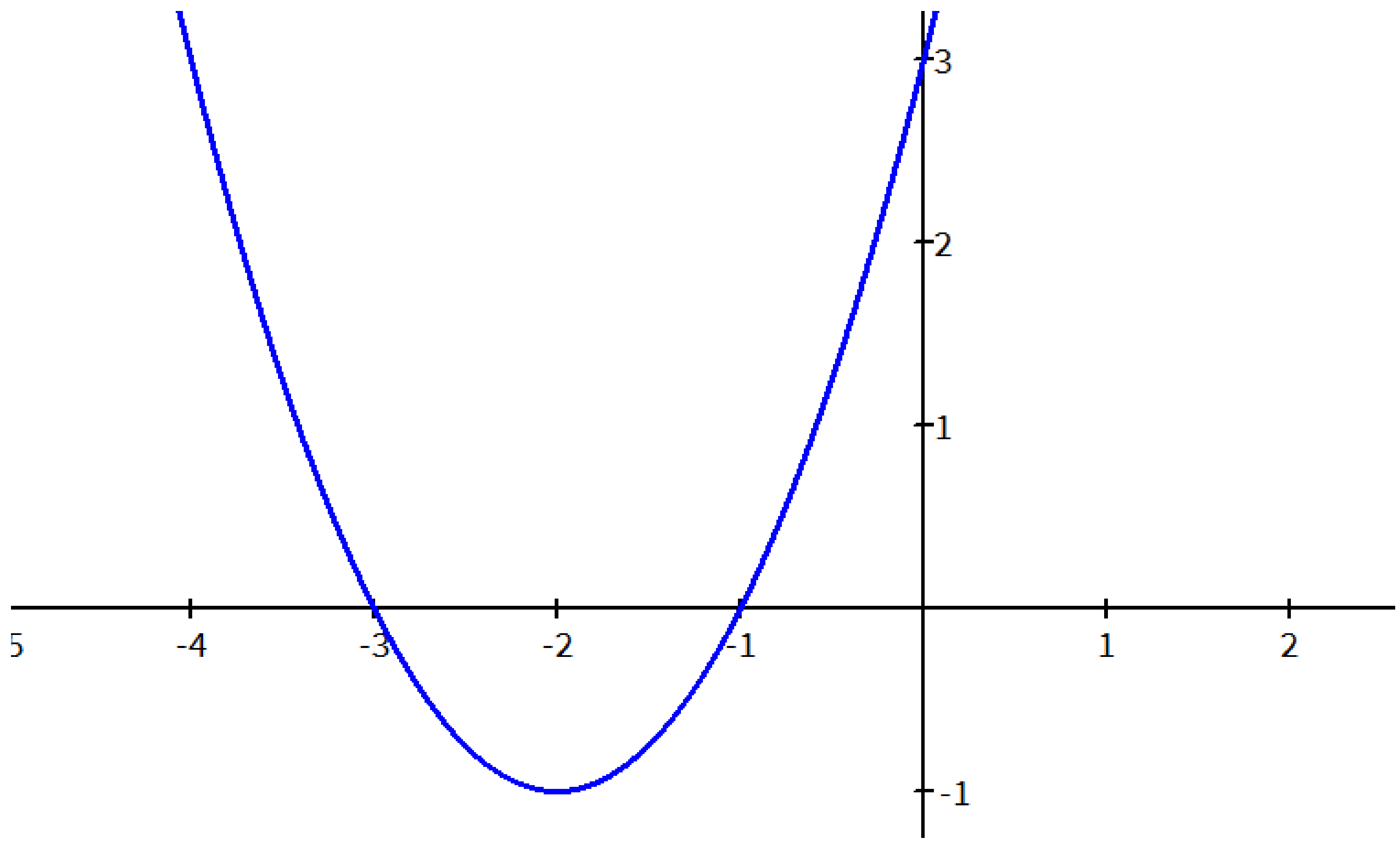
$$a \neq 0$$

Quadratische Gleichungen

$$(1)x^2 + (4)x + (3) = 0$$

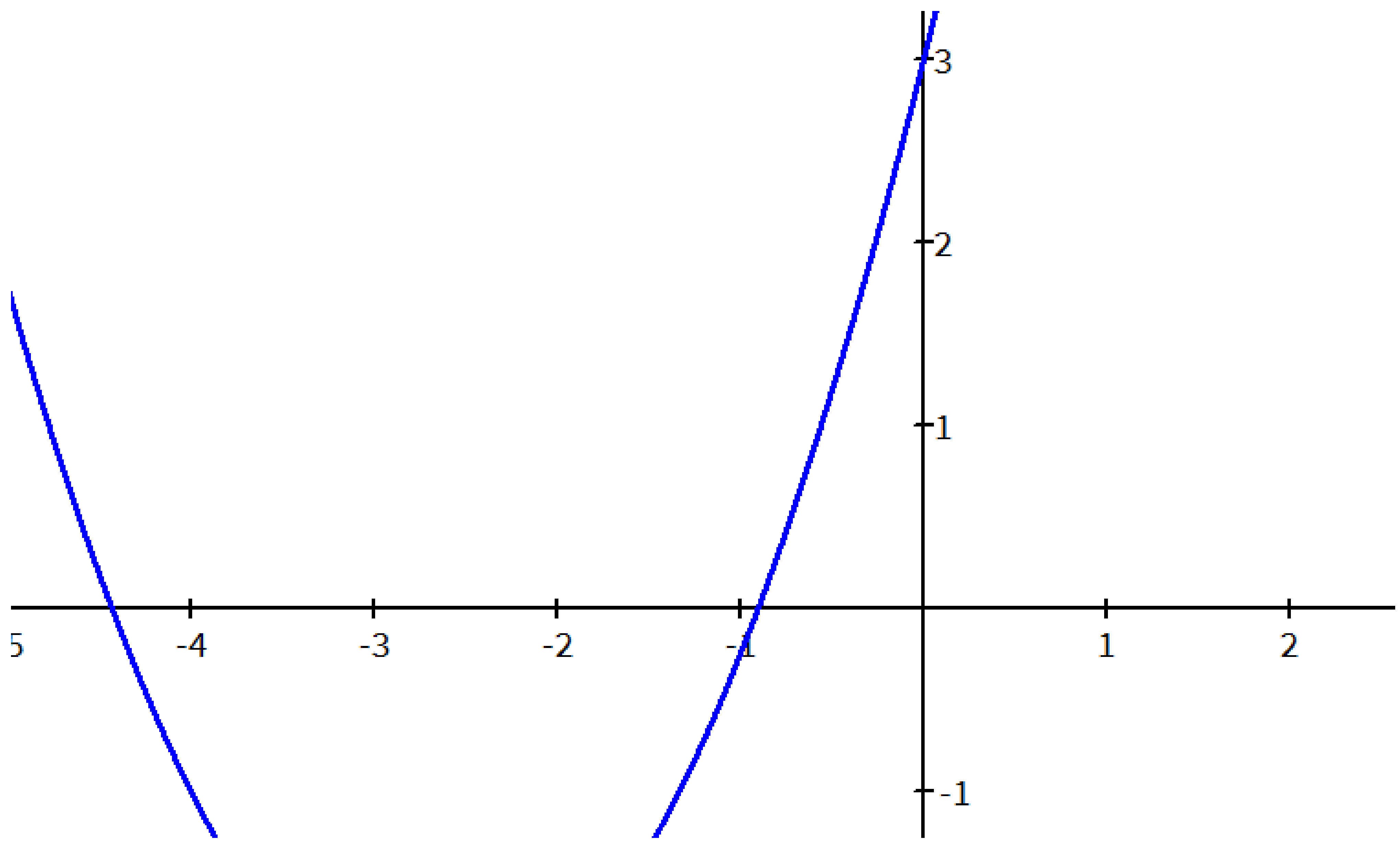
Quadratische Gleichungen

$$(1)x^2 + (4)x + (3) = 0$$



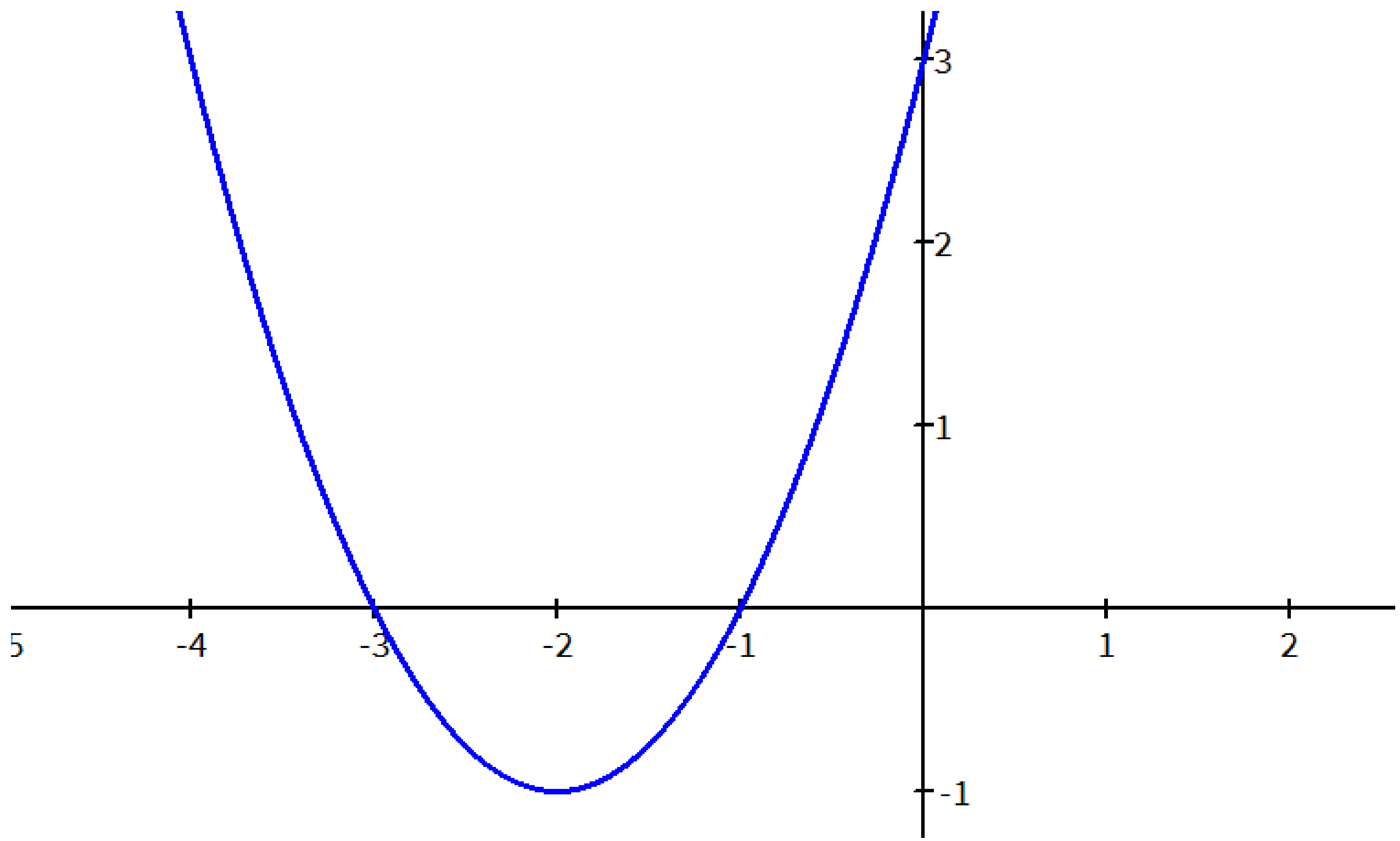
Quadratische Gleichungen

$$\left(\tfrac{3}{4}\right)x^2 + (4)x + (3) = 0$$



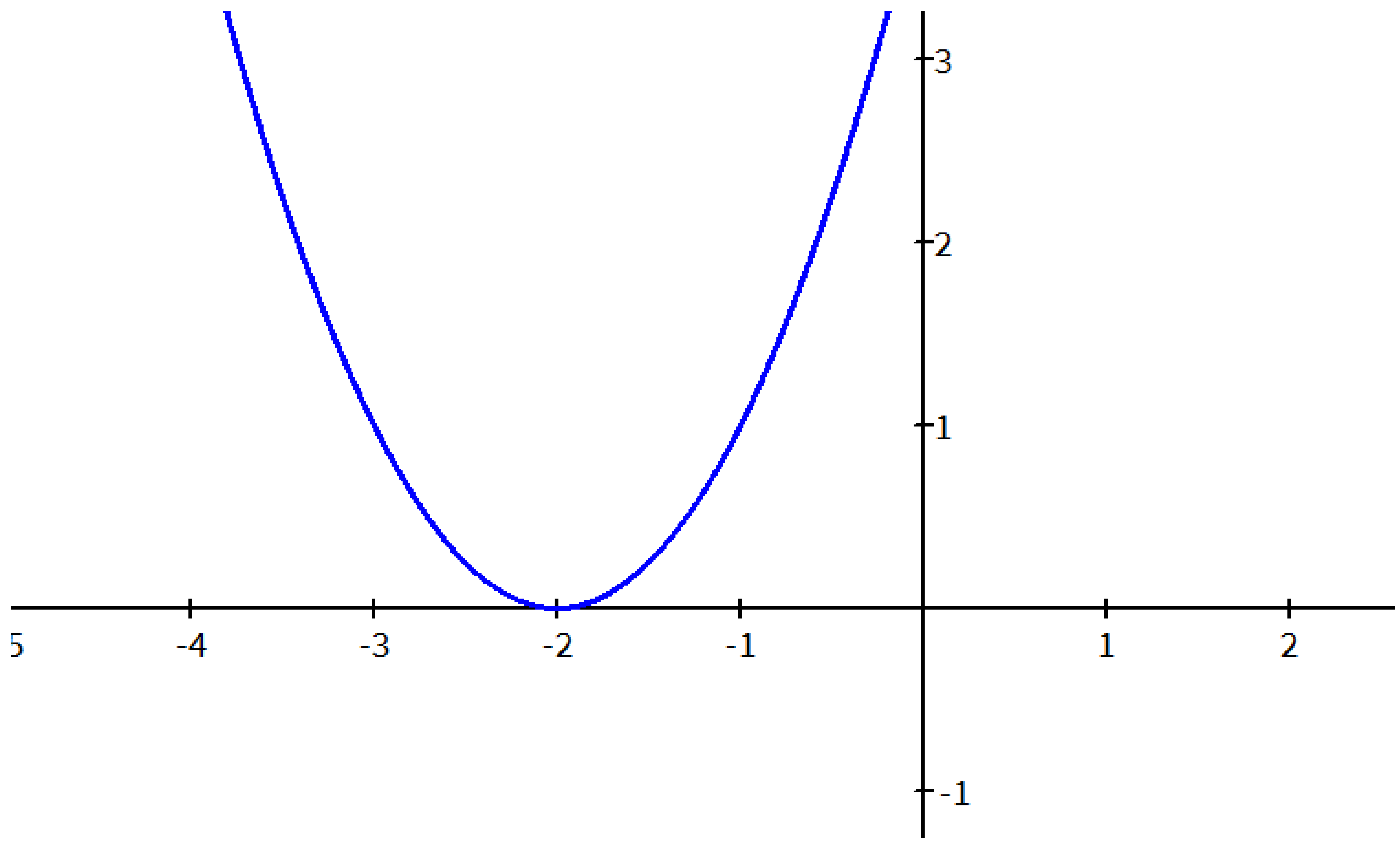
Quadratische Gleichungen

$$(1)x^2 + (4)x + (3) = 0$$



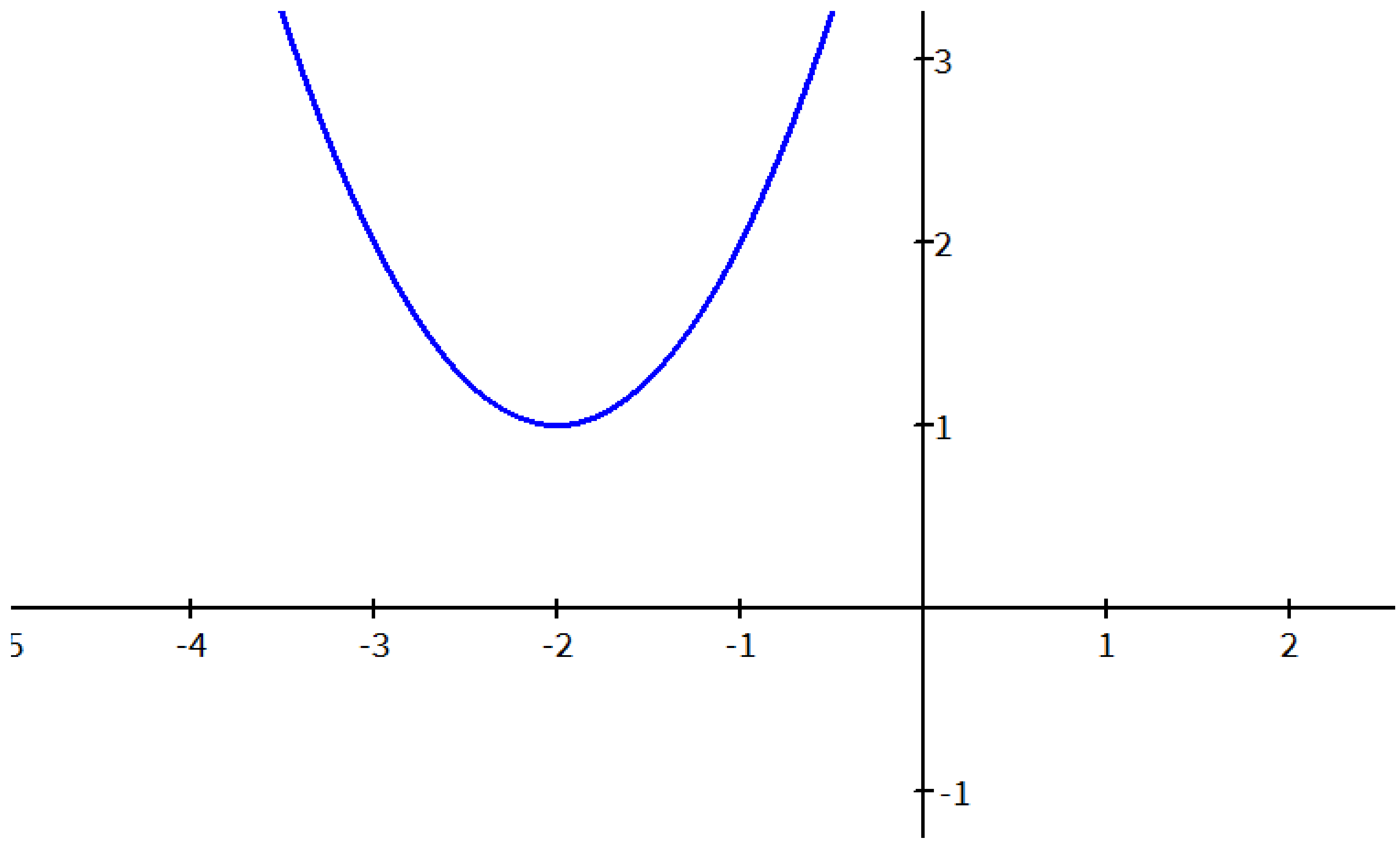
Quadratische Gleichungen

$$(1)x^2 + (4)x + (4) = 0$$



Quadratische Gleichungen

$$(1)x^2 + (4)x + (5) = 0$$



Quadratische Gleichungen

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Quadratische Gleichungen haben
bis zu zwei Nullstellen.

$$|L| \leq 2$$

Normalform

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Normalform

$$ax^2 + bx + c = 0$$

*Eine quadratische Gleichung hat **Normalform**, falls gilt $a=1$.*

Normalform

$$ax^2 + bx + c = 0$$

*Eine quadratische Gleichung hat **Normalform**, falls gilt $a=1$. Wir schreiben dann:*

$$x^2 + px + q = 0$$

Normalform

Alle quadratischen Gleichungen lassen sich in die Normalform überführen:

Normalform

Alle quadratischen Gleichungen lassen sich in die Normalform überführen:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + px + q = 0$$

, wobei $p = (b/a)$ und $q = (c/a)$

Linearfaktoren

Mit Hilfe von Linearfaktoren lassen sich einzelne Nullstellen direkt aus der Gleichung ablesen.

Linearfaktoren

Mit Hilfe von Linearfaktoren lassen sich einzelne Nullstellen direkt aus der Gleichung ablesen. Sie haben die Form:

$(x - x_i)$, wobei x_i eine Nullstelle der Funktion ist.

Linearfaktoren

$$x^2 + px + q = 0$$

Linearfaktoren

$$x^2 + px + q = 0$$

Sind x_1 und x_2 Nullstellen einer quadratischen Funktion, so gilt:

$$x^2 + px + q = (x - x_1) * (x - x_2)$$

Satz von Viëta

$$x^2 + px + q = (x - x_1)\,(x - x_2)$$

Satz von Viëta

$$x^2 + px + q = (x - x_1)\ (x - x_2)$$

$$= (x - x_1) * x - (x - x_1) * x_2$$

Satz von Viëta

$$x^2 + px + q = (x - x_1)\,(x - x_2)$$

$$= (x - x_1) * x - (x - x_1) * x_2$$

$$= x^2 - x * x_1 - x * x_2 + x_1 * x_2$$

Satz von Viëta

$$x^2 + px + q = (x - x_1)\,(x - x_2)$$
$$= (x - x_1)*x - (x - x_1)*x_2$$
$$= x^2 - x*x_1 - x*x_2 + x_1*x_2$$
$$= x^2 + (-(x_1 + x_2))x + x_1*x_2$$

Satz von Viëta

$$x^2 + px + q = (x - x_1)\ (x - x_2)$$

$$= (x - x_1) * x - (x - x_1) * x_2$$

$$= x^2 - x * x_1 - x * x_2 + x_1 * x_2$$

$$= x^2 + (-(x1 + x2))x + x_1 * x_2$$

$$p = -(x_1 + x_2)$$

Satz von Viëta

$$x^2 + px + q = (x - x_1)\,(x - x_2)$$

$$= (x - x_1)*x - (x - x_1)*x_2$$

$$= x^2 - x*x_1 - x*x_2 + x_1*x_2$$

$$= x^2 + (-(x_1 + x_2))x + \mathbf{x1*x2}$$

$$p = -(x_1 + x_2)$$

$$q = x_1*x_2$$

Satz von Viëta

$$x^2 + px + q = (x - x_1)\ (x - x_2)$$

$$= (x - x_1)*x - (x - x_1)*\ x_2$$

$$= x^2 - x*x_1 - x*x_2 + x_1*x_2$$

$$= x^2 + (-(x_1 + x_2))x + x_1*x_2$$

$$p = -(x_1 + x_2)$$

$$q = x_1*x_2$$

Satz von Viëta

Eine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ hat genau dann die Lösungen x_1 und x_2, wenn gilt:

$$p = -(x_1 + x_2)$$

$$q = x_1 * x_2$$

pq-Formel

*Für eine quadratische Formel in Normalform lassen sich alle Lösungen mit Hilfe der **pq-Formel** bestimmen:*

pq-Formel

*Für eine quadratische Formel in Normalform lassen sich alle Lösungen mit Hilfe der **pq-Formel** bestimmen:*

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{-q + \left(\frac{p}{2}\right)^2}$$

pq-Formel

$$x_{1,2}=\frac{-p}{2}\pm\sqrt{-q+\left(\frac{p}{2}\right)^2}$$

Die Anzahl der Lösungen ist dabei vom Radikanden der Wurzel abhängig:

pq-Formel

Die Anzahl der Lösungen ist dabei vom Radikanden der Wurzel abhängig:

r:= -q + (p/2)²

$$|L| = \begin{cases} 2 & \text{für } r > 0 \\ 1 & \text{für } r = 0 \\ 0 & \text{für } r < 0 \end{cases}$$

abc-Formel

*Für quadratische Formeln in allgemeiner Form wird die pq-Formel auf die **abc-Formel** erweitert:*

abc-Formel

*Für quadratische Formeln in allgemeiner Form wird die pq-Formel auf die **abc-Formel** erweitert:*

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

abc-Formel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Die Anzahl der Lösungen ist wieder vom Radikanden der Wurzel abhängig:

r:= b^2 - 4ac

$$|L| = \begin{cases} 2 & \textit{für } r > 0 \\ 1 & \textit{für } r = 0 \\ 0 & \textit{für } r < 0 \end{cases}$$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$504 : 12 =$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$504 : 12 = 4$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$$
\begin{array}{l}
504 : 12 = 4 \\
-(48)
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$$
\begin{array}{l}
\;\;504 : 12 = 4 \\
\underline{-(48)} \\
\;\;\;\;\;2
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$$
\begin{array}{l}
504 : 12 = 4 \\
-\underline{(48)} \\
24
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$$
\begin{array}{l}
504 : 12 = 42 \\
\underline{-(48)} \\
24
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$$
\begin{array}{l}
504 : 12 = 42 \\
\underline{-(48)} \\
24 \\
-(24)
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$$
\begin{array}{l}
504 : 12 = 42 \\
-(\underline{48}) \\
24 \\
-(\underline{24}) \\
0
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Schriftliches Dividieren:

$$
\begin{array}{l}
504 : 12 = 42 \\
-(\underline{48}) \\
24 \\
-(\underline{24}) \\
0
\end{array}
$$

Nur, wenn der Teiler ein echter Teiler der Zahl ist, geht die Division ohne Rest auf.

Exkurs: Polynomdivision

Polynomdivision:

Exkurs: Polynomdivision

Polynomdivision:

$2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) =$

Exkurs: Polynomdivision

Polynomdivision:

$$2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) = 2x$$

Exkurs: Polynomdivision

Polynomdivision:

$$\begin{array}{l} 2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) = 2x \\ -(2x^2 - 4x) \end{array}$$

Exkurs: Polynomdivision

<u>Polynomdivision:</u>

$$\begin{array}{l} 2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) = 2x \\ \underline{-(2x^2 - 4x)} \\ 6x \end{array}$$

Exkurs: Polynomdivision

Polynomdivision:

$$
\begin{array}{l}
2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) = 2x \\
\underline{-(2x^2 - 4x)} \\
6x - 12
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Polynomdivision:

$$
\begin{array}{l}
2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) = 2x + 6 \\
\underline{-(2x^2 - 4x)} \\
6x - 12
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

<u>Polynomdivision:</u>

$$
\begin{array}{l}
\quad 2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) = 2x + 6 \\
\underline{-(2x^2 - 4x)} \\
\qquad\qquad\quad 6x - 12 \\
\qquad\qquad -(6x - 12)
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Polynomdivision:

$$
\begin{array}{l}
\ \ 2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) = 2x + 6 \\
\underline{-(2x^2 - 4x)} \\
\qquad\quad 6x - 12 \\
\qquad \underline{-(6x - 12)} \\
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

Exkurs: Polynomdivision

Polynomdivision:

$$
\begin{array}{l}
2x^2 + 2x - 12 : (x - 2) = 2x + 6 \\
-\underline{(2x^2 - 4x)} \\
6x - 12 \\
-\underline{(6x - 12)} \\
0
\end{array}
$$

Nur, wenn der Teiler von der Form $(x - x_1)$ und x_1 eine Nullstelle des zu teilenden Polynoms ist, geht die Division ohne Rest auf.

Polynomgleichungen

Polynomgleichungen

Lineare

Polynomgleichungen

Lineare $ax + b = 0$

Polynomgleichungen

Lineare $\qquad ax + b = 0 \qquad |L| = 1$

Polynomgleichungen

Lineare	$ax + b = 0$	$\lvert L \rvert = 1$
Quadratische	$ax^2 + bx + c = 0$	$\lvert L \rvert \leq 2$

Polynomgleichungen

Lineare	$ax + b = 0$	$\|L\| = 1$
Quadratische	$ax^2 + bx + c = 0$	$\|L\| \leq 2$
Kubische	$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$	$\|L\| \leq 3$

Polynomgleichungen

Lineare	$ax + b = 0$	$\|L\| = 1$
Quadratische	$ax^2 + bx + c = 0$	$\|L\| \leq 2$
Kubische	$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$	$\|L\| \leq 3$

Sind alle Polynomgleichungen.

Polynomgleichungen

Lineare	$a_1x + a_0 = 0$	$\lvert L \rvert = 1$
Quadratische	$a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$	$\lvert L \rvert \leq 2$
Kubische	$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$	$\lvert L \rvert \leq 3$

Polynomgleichungen

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

Polynomgleichungen

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

$$a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \ldots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

Polynomgleichungen

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

$$a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \ldots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = 0$$

Polynomgleichungen

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

$$a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + \ldots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = 0$$

$a_i \in \mathbb{R}$ für alle $i \in \mathbb{N}, i \leq n$

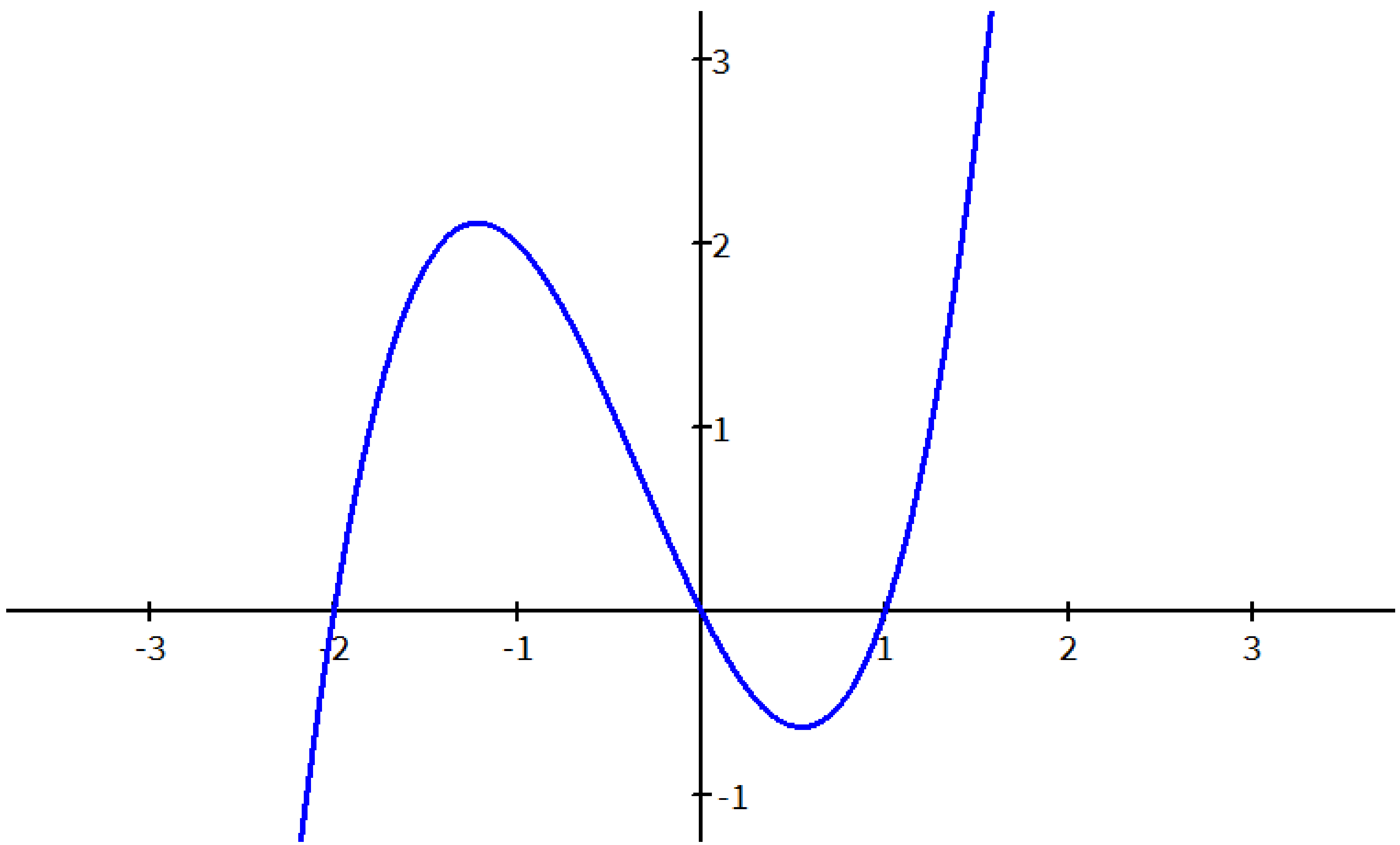
$a_n \neq 0$

Polynomgleichungen

$$x^3 + x^2 - 2x = 0$$

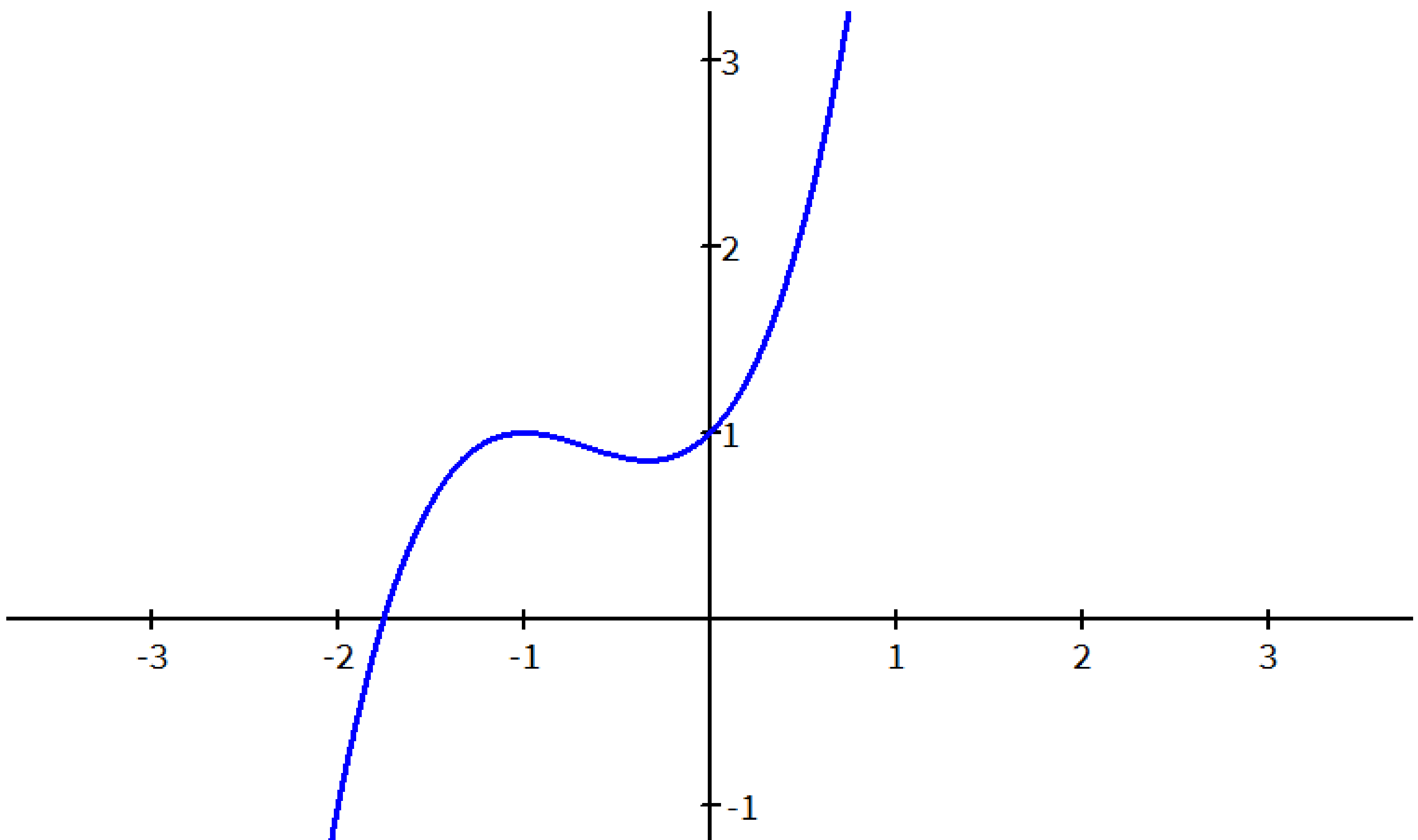
Polynomgleichungen

$$x^3 + x^2 - 2x = 0$$



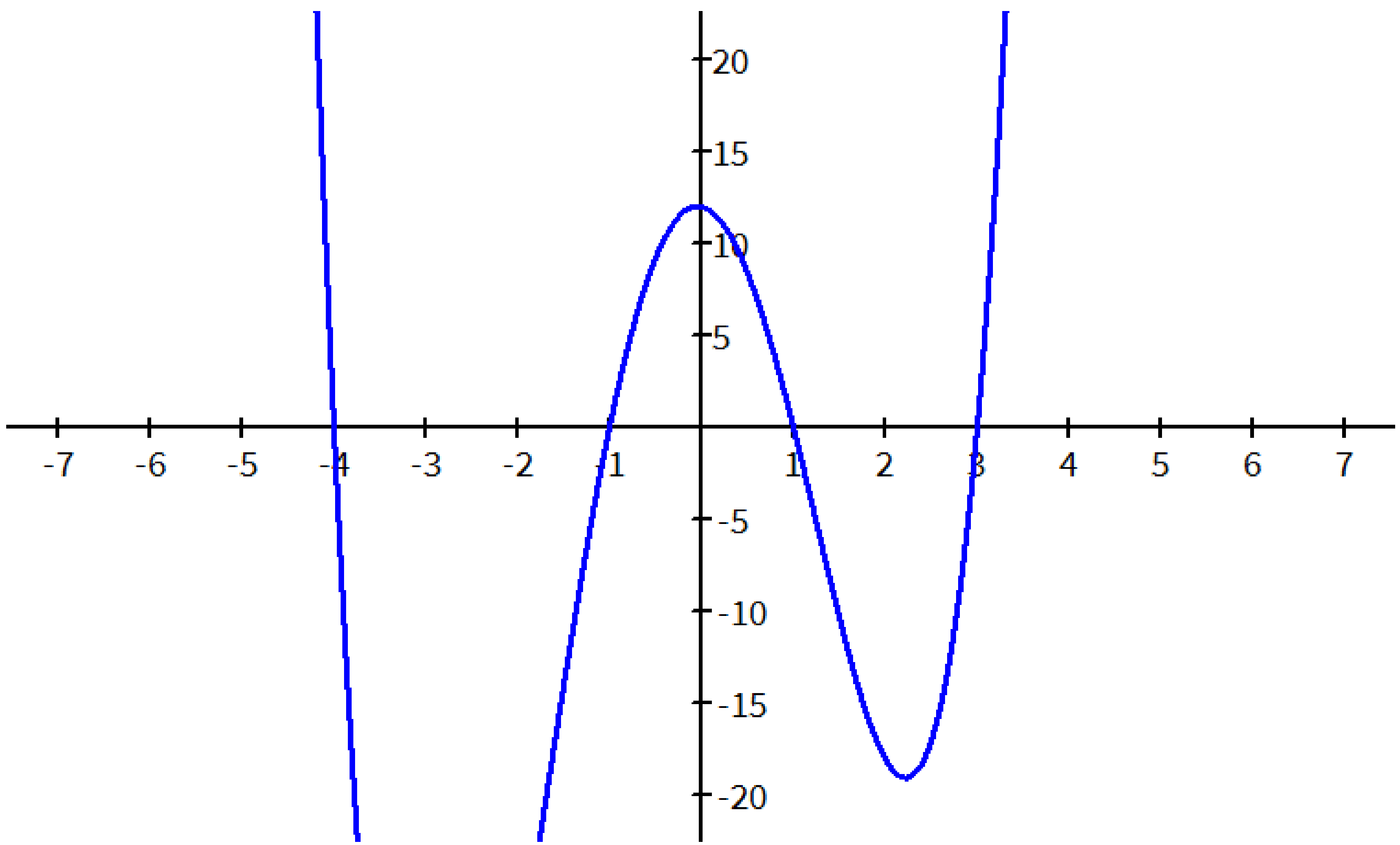
Polynomgleichungen

$$x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$$



Polynomgleichungen

$$x^4 + x^3 - 13x^2 - x + 12 = 0$$



Polynomgleichungen

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = 0$$

Ein Polynom n-ten Grades hat maximal

n Nullstellen.

$|L| \leq n$

Polynomgleichungen

$$A := \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = 0$$

Sei x_1 eine Nullstelle von A und sei B das Ergebnis der Polynomdivison $A : (x - x_1)$.

Polynomgleichungen

$$A := \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = 0$$

Sei x_1 eine Nullstelle von A und sei B das Ergebnis der Polynomdivison $A : (x - x_1)$. Dann gilt:

$$A = (x - x_1) * B$$

Polynomgleichungen

$$A := \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = 0$$

Sei x_1 eine Nullstelle von A und sei B das Ergebnis der Polynomdivison $A : (x - x_1)$. Dann gilt:

$$A = (x - x_1) * B$$

B hat die Form

$$\sum_{i=0}^{n-1} b_i x^i$$

Polynomgleichungen

Wenn eine Nullstelle bekannt ist, kann der Grad des Polynoms durch Polynomdivision reduziert werden.

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = (x - x_1) * \sum_{i=0}^{n-1} b_i x^i$$

Polynomgleichungen

Durch wiederholtes Dividieren lassen sich alle Nullstellen als Linearfaktoren herausstellen.

Polynomgleichungen

Durch wiederholtes Dividieren lassen sich alle Nullstellen als Linearfaktoren herausstellen.

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = (x - x_1) *$$

Polynomgleichungen

Durch wiederholtes Dividieren lassen sich alle Nullstellen als Linearfaktoren herausstellen.

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = (x - x_1) * (x - x_2) *$$

Polynomgleichungen

Durch wiederholtes Dividieren lassen sich alle Nullstellen als Linearfaktoren herausstellen.

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = (x - x_1) * (x - x_2) * \ldots * (x - x_m)$$

Polynomgleichungen

Durch wiederholtes Dividieren lassen sich alle Nullstellen als Linearfaktoren herausstellen.

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = (x - x_1) * (x - x_2) * \ldots * (x - x_m) * \sum_{i=0}^{n-m} b_i x^i$$

Polynomgleichungen

Durch wiederholtes Dividieren lassen sich alle Nullstellen als Linearfaktoren herausstellen.

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = (x - x_1) * (x - x_2) * \ldots * (x - x_m) * \sum_{i=0}^{n-m} b_i x^i$$

wobei gilt $|L| \leq m \leq n$ *und das rechte Restglied keine weiteren Nullstellen besitzt.*

Lineare Gleichung haben die Form $ax+b=0$ und genau eine Lösung in $x_1 = -b/a$.

Quadratische Formeln haben eine Normalform $x^2+px+q=0$ und bis zu zwei Lösungen, die mit der pq-Formel bestimmt werden können.

Polynome können allgemein als Summe dargestellt werden und werden durch Polynomdivision reduziert.