

# Beweismethoden

Moritz Buhr

Fachschaft Informatik

September 28, 2020

# Outline

- 1 Sätze und Definitionen
- 2 Direkter Beweis
- 3 Kontraposition
- 4 Widerspruchsbeweis
- 5 Ergänzungen

*Ein Satz ist die Niederschrift einer beweisbar wahren mathematischen Erkenntnis.*

# Direkter Beweis

- Direkte Herleitung einer Aussage aus einer anderen Aussage

# Direkter Beweis

- Direkte Herleitung einer Aussage aus einer anderen Aussage
- *Wenn  $A$  gilt, dann gilt auch  $B$*

# Direkter Beweis

- Direkte Herleitung einer Aussage aus einer anderen Aussage
- *Wenn  $A$  gilt, dann gilt auch  $B$*
- ...oder in der Syntax der Aussagenlogik:

# Direkter Beweis

- Direkte Herleitung einer Aussage aus einer anderen Aussage
- *Wenn  $A$  gilt, dann gilt auch  $B$*
- ...oder in der Syntax der Aussagenlogik:  
 $A \Rightarrow B$

# Kontraposition

- Nutzung der Äquivalenz:

$$(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$$



# Kontraposition

- Nutzung der Äquivalenz:

$$(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

- $\neg B \Rightarrow \neg A$  gilt also gdw.  $A \Rightarrow B$

# Kontraposition

- Nutzung der Äquivalenz:

$$(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

- $\neg B \Rightarrow \neg A$  gilt also gdw.  $A \Rightarrow B$
- Statt  $A \Rightarrow B$  zu zeigen reicht es also  $\neg B \Rightarrow \neg A$  zu zeigen

# Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*

# Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*
- Herleitung eines Widerspruchs

# Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*
- Herleitung eines Widerspruchs
- **Schlussfolgerung:** Die Annahme muss bereits falsch gewesen sein

# Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*
- Herleitung eines Widerspruchs
- **Schlussfolgerung:** Die Annahme muss bereits falsch gewesen sein
- Aussagenlogisch formuliert:

# Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*
- Herleitung eines Widerspruchs
- **Schlussfolgerung:** Die Annahme muss bereits falsch gewesen sein
- Aussagenlogisch formuliert:

$$(A \Rightarrow B) \equiv \neg(A \wedge \neg B)$$

# Ergänzungen

- Existenzaussagen können durch Angabe eines Elementes bewiesen werden
- Bei Eindeutigkeitsaussagen nimmt man die Existenz von zwei Elementen an und zeigt deren Gleichheit