

Beweismethoden

Moritz Buhr

Fachschaft Informatik

Oktober 2022

Outline

- 1 Sätze und Definitionen
- 2 Direkter Beweis
- 3 Kontraposition
- 4 Widerspruchsbeweis
- 5 Ergänzungen

Ein Satz ist die Niederschrift einer beweisbar wahren mathematischen Erkenntnis.

Direkter Beweis

- Direkte Herleitung einer Aussage aus einer anderen Aussage

Direkter Beweis

- Direkte Herleitung einer Aussage aus einer anderen Aussage
- *Wenn A gilt, dann gilt auch B*

Direkter Beweis

- Direkte Herleitung einer Aussage aus einer anderen Aussage
- *Wenn A gilt, dann gilt auch B*
- ...oder in der Syntax der Aussagenlogik:

Direkter Beweis

- Direkte Herleitung einer Aussage aus einer anderen Aussage
- *Wenn A gilt, dann gilt auch B*
- ...oder in der Syntax der Aussagenlogik:
 $A \Rightarrow B$

Kontraposition

- Nutzung der Äquivalenz:

$$(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

Kontraposition

- Nutzung der Äquivalenz:

$$(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

- $\neg B \Rightarrow \neg A$ gilt also gdw. $A \Rightarrow B$

Kontraposition

- Nutzung der Äquivalenz:

$$(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

- $\neg B \Rightarrow \neg A$ gilt also gdw. $A \Rightarrow B$
- Statt $A \Rightarrow B$ zu zeigen reicht es also $\neg B \Rightarrow \neg A$ zu zeigen

Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*

Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*
- Herleitung eines Widerspruchs

Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*
- Herleitung eines Widerspruchs
- **Schlussfolgerung:** Die Annahme muss bereits falsch gewesen sein

Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*
- Herleitung eines Widerspruchs
- **Schlussfolgerung:** Die Annahme muss bereits falsch gewesen sein
- Aussagenlogisch formuliert:

Widerspruchsbeweis

- **Annahme:** Voraussetzung und Negation der Behauptung sind *wahr*
- Herleitung eines Widerspruchs
- **Schlussfolgerung:** Die Annahme muss bereits falsch gewesen sein
- Aussagenlogisch formuliert:

$$(A \Rightarrow B) \equiv \neg(A \wedge \neg B)$$

Ergänzungen

- Existenzaussagen können durch Angabe eines Elementes bewiesen werden
- Bei Eindeutigkeitsaussagen nimmt man die Existenz von zwei Elementen an und zeigt deren Gleichheit