



Übungszettel 2 — Mengenlehre

1. (a) Geben Sie folgende Mengen in aufzählender Darstellung an.

i. $\{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 5\}$ ii. $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 1\}$ iii. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = -1\}$

(b) Geben Sie folgende Mengen in definierender Darstellung an.

i. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ ii. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ iii. $\{-2, 2\}$

2. Überführen Sie die folgenden Aussagen in Quantorenschreibweise:

(a) Es existiert ein x in den natürlichen Zahlen womit $5 + x = 2$ lösbar ist.

(b) Zu jeder natürlichen Zahl existiert eine natürliche Zahl, die grösser ist.

3. Gegeben sei die Menge $\Omega = \{5, \{\text{Mo, Di}\}, \emptyset\}$. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

(a) $\text{Mo} \in \Omega$ (b) $\{\text{Mo, Di}\} \subset \Omega$ (c) $\{5\} \in \Omega$

(d) $\{5\} \subset \Omega$ (e) $\{\text{Mo}\} \subset \Omega$ (f) $\emptyset \subset \Omega$

(g) $\{\emptyset\} \subset \Omega$ (h) $\emptyset \in \Omega$ (i) $\{\emptyset\} \in \Omega$

4. Welche der Mengen A_1, \dots, A_6 ist identisch mit einer der Mengen B_1, \dots, B_6 (und mit welcher)?

$A_1 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \cdot x = 4\}$ $B_1 = \{-2, 2\}$

$A_2 = \{\}$ $B_2 = \{0\}$

$A_3 = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$ $B_3 = \{2\}$

$A_4 = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \cdot x = 4\}$ $B_4 = \{0, 2\}$

$A_5 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x + x = 0\}$ $B_5 = \{-2, 0, 2\}$

$A_6 = \{2x \mid x \in \mathbb{N}, -1 < x \leq 2\}$ $B_6 = \emptyset$

5. Gegeben seien die Mengen $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ und $C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ in der Grundmenge $\Omega = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 10\}$.

(a) Geben Sie folgende Mengen an:

$$A \cup B = \Omega$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$A \cap \overline{B} = A$$

$$A \cap \overline{C} = \{1, 3\}$$

$$B \cap \overline{B} = \emptyset$$

$$A \cap (B \cup C) = A \cap \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = \{5, 7, 9\}$$

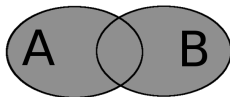


- (b) Bestimmen Sie die Menge derjenigen Elemente, die
(i) in genau einer (ii) in genau zwei (iii) in höchstens zwei
der Mengen A , B und C liegen.
- (c) Wie muss die Grundmenge Ω sein, damit gilt $\overline{A \cup B \cup C} = \{11, 12\}$?

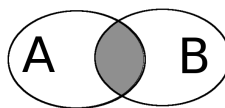
6. Bestimmen Sie alle Teilmengen von $\{1, 2, 3, 4\}$. Wie viele Teilmengen gibt es?

7. Seien A, B, C Teilmengen einer Grundmenge Ω . Stellen Sie die folgenden Mengen im Venn-Diagramm dar.

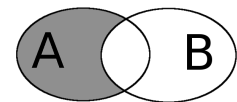
$A \cup B$:



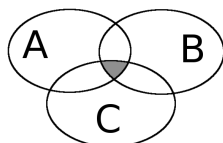
$A \cap B$:



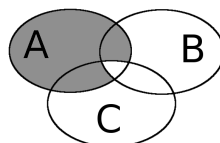
$A \cap \overline{B}$:



$A \cap B \cap C$:



$A \cap (\overline{B} \cup \overline{C})$:



$A \cap (B \cup C)$:

