

Übungszettel 2 – Mengenlehre

**2.1** (a) Geben Sie folgende Mengen in aufzählender Darstellung an.

(i)  $\{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 5\}$       (ii)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 1\}$       (iii)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = -1\}$

(b) Geben Sie folgende Mengen in definierender Darstellung an.

(i)  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$       (ii)  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$       (iii)  $\{-2, 2\}$

**2.2** Überführen Sie die folgenden Aussagen in Quantorenschreibweise:

- (a) Es existiert ein  $x$  in den natürlichen Zahlen womit  $5 + x = 2$  lösbar ist.  
(b) Zu jeder natürlichen Zahl existiert eine natürliche Zahl, die grösser ist.

**2.3** Gegeben sei die Menge  $\Omega = \{5, \{\text{Mo, Di}\}, \emptyset\}$ . Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

- (a)  $\text{Mo} \in \Omega$       (b)  $\{\text{Mo, Di}\} \subset \Omega$       (c)  $\{5\} \in \Omega$   
(d)  $\{5\} \subset \Omega$       (e)  $\{\text{Mo}\} \subset \Omega$       (f)  $\emptyset \subset \Omega$   
(g)  $\{\emptyset\} \subset \Omega$       (h)  $\emptyset \in \Omega$       (i)  $\{\emptyset\} \in \Omega$

**2.4** Welche der Mengen  $A_1, \dots, A_6$  ist identisch mit einer der Mengen  $B_1, \dots, B_6$  (und mit welcher)?

$A_1 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \cdot x = 4\}$	$B_1 = \{-2, 2\}$
$A_2 = \{5\}$	$B_2 = \{0\}$
$A_3 = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$	$B_3 = \{2\}$
$A_4 = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \cdot x = 4\}$	$B_4 = \{0, 2\}$
$A_5 = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x + x = 0\}$	$B_5 = \{-2, 0, 2\}$
$A_6 = \{2x \mid x \in \mathbb{N}, -1 < x \leq 2\}$	$B_6 = \emptyset$

**2.5** Gegeben seien die Mengen  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  und  $C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  in der Grundmenge  $\Omega = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 10\}$ .

(a) Geben Sie folgende Mengen an:

$$A \cup B, \quad A \cap B, \quad A \cap \overline{B}, \quad A \cap \overline{C}, \quad B \cap \overline{B}, \quad A \cap (B \cup C)$$

(b) Bestimmen Sie die Menge derjenigen Elemente, die

- (i) in genau einer      (ii) in genau zwei      (iii) in höchstens zwei  
der Mengen  $A$ ,  $B$  und  $C$  liegen.

(c) Wie muss die Grundmenge  $\Omega$  sein, damit gilt  $\overline{A \cup B \cup C} = \{11, 12\}$ ?

**2.6** Bestimmen Sie alle Teilmengen von  $\{1, 2, 3, 4\}$ . Wie viele Teilmengen gibt es?

**2.7** Seien  $A, B, C$  Teilmengen einer Grundmenge  $\Omega$ . Stellen Sie die folgenden Mengen im Venn-Diagramm dar.

$$A \cup B, \quad A \cap B, \quad A \cap \overline{B}, \quad A \cap B \cap C, \quad A \cap (\overline{B} \cup \overline{C}), \quad A \cap (B \cup C).$$