

Lösungen zu Übungszettel 4 – Gleichungen

4.1 (a) Multiplizieren Sie mit Hilfe der binomischen Formeln aus:

(i) $(2 - 6b)(2 + 6b) = -36b^2 + 4$

(ii) $(2 + 4b)^2 = 16b^2 + 16b + 4$

(iii) $(-2a^2 + 13d)^2 = 4a^4 - 52a^2d + 169d^2$

(b) Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke als Produkt von Summen bzw. Differenzen.

(i) $49a^2 + 42ay + 9y^2 = (7a + 3y)^2$

(ii) $16a^2 - 72acy + 81c^2y^2 = (4a - 9cy)^2$

(iii) $9d^2 - 81g^2 = (3d + 9g)(3d - 9g)$

4.2 Ergänzen Sie die fehlenden Summanden:

(a) $(d - 6g)^2 = \underline{d^2} - 12dg + 36g^2$

(d) $(7d - 9e)^2 = 49d^2 - \underline{126de} + 81e^2$

(b) $(3a + 4c)^2 = 9a^2 + \underline{24ac} + 16c^2$

(e) $(d - 3e)^2 = d^2 - 6de + \underline{9e^2}$

(c) $(\underline{a} + 5)^2 = \underline{a^2} + 10a + 25$

(f) $(\underline{-x} - 3x^2)^2 = \underline{x^2} + 6x^3 + \underline{9x^4}$

4.3 Geben sie die Lösungsmenge folgender Gleichungen an.

(a) $x^2 - 4x = 0, \quad x \in \{0, 4\}$

(b) $2x^3 - 5x^2 = 0, \quad x \in \{0, \frac{5}{2}\}$

(c) $x^2 + 2x - 3 = 0, \quad x \in \{-3, 1\}$

(d) $4x^2 - 4x + 1 = 0, \quad x \in \{\frac{1}{2}\}$

(e) $x^2 + 4x + 5 = 0, \quad x \in \emptyset$

(f) $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0, \quad x \in \{-2, 1, 2\}$ (Polynomdivision zeigen)

(g) $2x^3 + 8x^2 + 10x + 4 = 0, \quad x \in \{-1, -2\}$ (Polynomdivision zeigen)

(h) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0, \quad x \in \{-2, 2, 3\}$ (Polynomdivision zeigen)

4.4 (a) Geben Sie jeweils eine quadratische Gleichung in der Form $ax^2 + bx + c = 0$ an, die die folgenden Lösungen besitzt:

(i) $x_1 = 4, x_2 = 5 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 20 = 0$

(ii) $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$

(iii) $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{2}x = 0$

(iv) $x_1 = x_2 = -1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$

(b) Stellen Sie folgende Ausdrücke als Produkt der Form $(x - a)(x - b)$ dar:

(i) $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

(ii) $x^2 - x - 20 = (x + 4)(x - 5)$

(iii) $x^2 - 18x + 9 = (x - (9 + \sqrt{72}))(x - (9 - \sqrt{72})) = (x - (9 + 6\sqrt{2}))(x - (9 - 6\sqrt{2}))$

(iv) $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$