

Lösungen zu Übungszettel 1 – Aussagenlogik

1.1 Gegeben seien die Aussagen  $B, R, T$ .

$B :=$  „Das Buch ist ein Bestseller.“

$R :=$  „Das Buch ist ein Roman.“

$T :=$  „Das Buch ist teurer als 20 €.“

(a) Überführen Sie folgende Aussagen in Aussagenlogik:

(i) „Das Buch ist ein Bestseller und nicht teurer als 20 €.“

**Lösung:**  $B \wedge \neg T$

(ii) „Das Buch ist ein Bestseller, aber es ist teurer als 20 €.“

**Lösung:**  $B \wedge T$

(b) Verbalisieren Sie die folgenden Aussagenverknüpfungen:

(i)  $T \vee \neg B$

**Lösung:** „Das Buch ist teurer als 20 € oder das Buch ist kein Bestseller.“

(ii)  $B \Rightarrow \neg R$

**Lösung:** „Wenn das Buch ein Bestseller ist, dann ist es kein Roman.“

1.2 Beweise mit Wahrheitstafeln:

(a) Beweisen Sie die Gültigkeit der Absorptions-Regel  $A \vee (A \wedge B) \equiv A$ .

**Lösung:**

$A$	$B$	$A \wedge B$	$A \vee (A \wedge B)$	$A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A$
0	0	0	0	1
0	1	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

(b) Zeigen Sie, dass  $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \wedge \neg B$  falsch ist.

<b>Lösung:</b>	$A$	$B$	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$
	0	0	0	1	0	0	1	1	1
	0	1	0	1	0	1	1	0	0
	1	0	0	1	1	0	0	1	0
	1	1	1	0	1	1	0	0	0

(c) Ist  $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$  ein Widerspruch? Ist die Aussage eine Tautologie?

**Lösung:** Es handelt sich nicht um einen Widerspruch sondern um eine Tautologie:

$A$	$B$	$C$	$B \Rightarrow C =: D$	$A \Rightarrow D =: E$	$A \Rightarrow B =: F$	$A \Rightarrow C =: G$	$F \Rightarrow G =: H$	$E \Leftrightarrow H$
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

1.3 Beweisen Sie durch Umformen:  $(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$

**Lösung:** Beweis der Kontraposition:

$A \Rightarrow B$	Implikationselimination
$\equiv \neg A \vee B$	Kommutativgesetz
$\equiv B \vee \neg A$	Doppelnegation
$\equiv \neg\neg B \vee \neg A$	Implikationsumformung
$\equiv \neg B \rightarrow \neg A$	

1.4 Beweisen Sie durch Umformen oder mit Wahrheitstafeln:  $(A \Rightarrow B) \equiv \neg(A \wedge \neg B)$

**Lösung:**

$A$	$B$	$A \Rightarrow B$	$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$\neg(A \wedge \neg B)$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	1

1.5 Beweisen Sie durch Umformen:  $(A \Leftrightarrow B) \equiv \neg(A \wedge \neg B) \wedge (B \Rightarrow (A \wedge (A \vee B)))$

**Lösung:**

$A \Leftrightarrow B$	Äquivalenzelimination
$\equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	Implikationselimination
$\equiv (\neg A \vee B) \wedge (B \Rightarrow A)$	De Morgan
$\equiv \neg(\neg\neg A \wedge \neg B) \wedge (B \Rightarrow A)$	Doppelnegation
$\equiv \neg(A \wedge \neg B) \wedge (B \Rightarrow A)$	Absorbationsregel
$\equiv \neg(A \wedge \neg B) \wedge (B \Rightarrow A \wedge (A \vee B))$	